

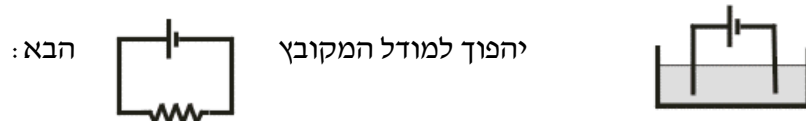
פרק 1: מעגלים מקובצים וחוקי קירכהוף.

קיימים שני סוגי מעגלים: מקובצים (lumped circuits) ומפולגים (distributed circuits).
אנו נעסוק רק במעגלים מקובצים כיוון שהם פשוטים יותר לניתוח ובעזרתם ניתן לחקור גם מעגלים מפולגים.

אלמנט מקובץ: אלמנט בעל גודל זניח, או ליתר דיוק גודל נקודתי. לדוגמא: נגדים, קבלים, סלילים, מקורות, שנאים.

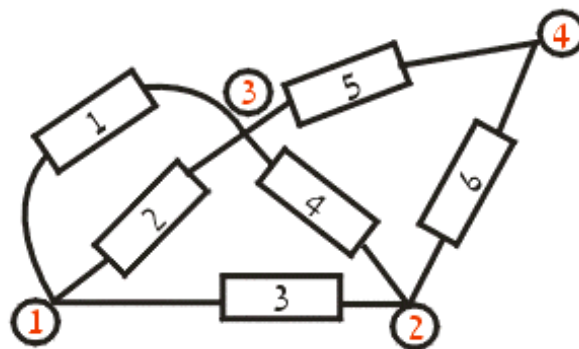
לאלמנט מקובץ שתיים או יותר יציאות. עבור אלמנט עם שתי יציאות, הזרם הזורם באלמנט והמתח עליו הם חד משמעיים, כלומר חוקי קירכהוף (שנלמד בפירוט בהמשך הפרק) חלים עליהם. See Components section from page 1-5

אלמנט לא מקובץ: כל אלמנט מעשי הוא אלמנט לא מקובץ, כיוון שיש לו גודל סופי. חוקי קירכהוף אינם חלים עליהם.
דוגמא:



מעגל מקובץ: מעגל המורכב מרכיבים מקובצים.

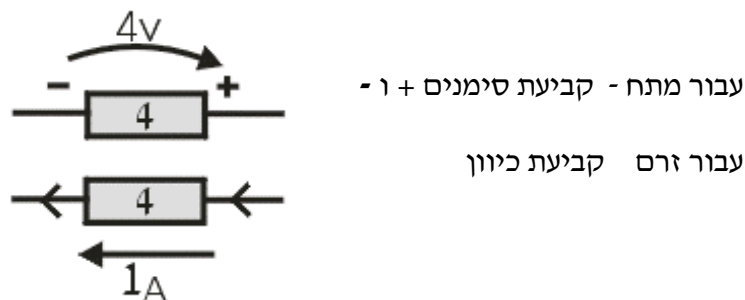
הגדרות: יציאות האלמנט המקובץ נקראות ענפים (Branches), הצטלבויות הענפים נקראות צמתים (nodes).



בדוגמא שלהלן מתוארת שיטת הסימון.
הענפים מסומנים במספרים: 1,2,3,4
והצמתים במספרים עם עיגול.

אנליזה של מעגל: דרך כל ענף עובר זרם ועל כל ענף יש מפל מתח. המידע על המעגל הוא מושלם אם ידועים כל הזרמים והמתחים על כל הענפים בכל רגע נתון.

כיווני יחוס: כדי לציין את הזרמים והמתחים דרושים כיווני יחוס. למשל: כשנמצא שהמתח על ענף 4 הוא 4 volt והזרם 1 Amper, יש לתת כיוון למתח ולזרם. זאת נעשה ע"י:

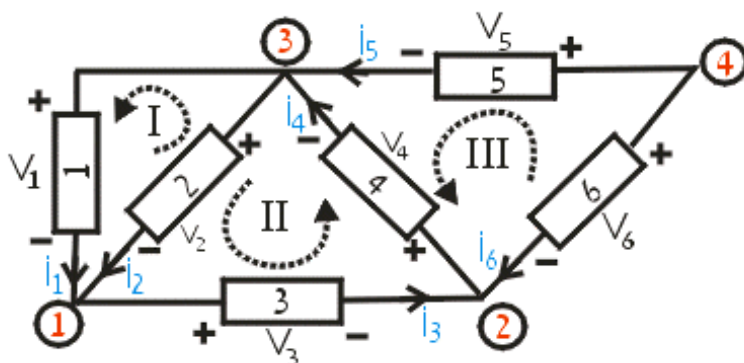


עבור מתח - קביעת סימנים + ו -

עבור זרם - קביעת כיוון

למעשה ניתן לקבוע את כיווני הזרם והמתח באופן שרירותי, אבל מקובל לסמן שהזרם זורם מ: + ל: - באלמנט רגיל ולהפך באלמנט שהוא מקור.
במידה ופעלנו לפי ההסכמה הזאת נאמר שהמתח והזרם מתואמים.

כדי להמחיש זאת בואו נסמן את המעגל שבדוגמא :



הספקים: סיבה טובה לעבוד בתאום היא לטובת חישוב ההספק המסופק לענף/מהענף הנדון: כאשר המתח והזרם מתואמים, ההספק שווה בדיוק ל $V \cdot I$.
 סימן ההספק: עבור מקורות, הספק המסופק ע"י המקור הוא חיובי. עבור שאר האלמנטים, הספק שנצרך ע"י האלמנט הוא חיובי.
 נאמר שרכיב מספק הספק אם כיוון הזרם והמתח עליו זהים, וצורך הספק אם כיוון הזרם דרכו מנוגד לכיוון המתח עליו.
 לדוגמא: בנגד תמיד נקבל $V \cdot I > 0$ (הוא תמיד צורך הספק) ואילו במקור, קבל וסליל נקבל: $V \cdot I < 0$ או $V \cdot I > 0$ (הם יכולים גם לספק וגם לצרוך הספק).

כעת נראה מהם החוקים הבסיסיים המתקיימים במעגל מקובץ.

KCL Kirchhof s Current Law חוק הזרמים של קירכהוף:

ידוע גם בשם חוק הצמתים.

עבור כל מעגל מקובץ, בכל צומת ובכל זמן הסכום האלגברי של כל זרמי הענפים היוצאים מהצומת - הוא אפס

נחזור למעגל שבדוגמא לעיל:
 ניתן לרשום את ארבעת המשוואות הבאות המתייחסות לכל אחד מהצמתים לפי מספרם:

$$\left. \begin{array}{l} 1) \quad i_3 - i_1 - i_2 = 0 \\ 2) \quad i_4 - i_3 - i_6 = 0 \\ 3) \quad i_1 + i_2 - i_4 - i_5 = 0 \\ 4) \quad i_5 + i_6 = 0 \end{array} \right\} \text{ בכל זמן } t$$

נשים לב כי משוואה אחת תלויה. במקרה זה:

$$\begin{aligned} -(1)-(3) &\Rightarrow i_4 - i_3 + i_5 = 0 \\ (2) &\Rightarrow i_4 - i_3 - i_6 = 0 \\ -(1)-(3)-(2) &\Rightarrow i_5 + i_6 = 0 \Rightarrow (4) \end{aligned}$$

ולכן משוואה (4) היא המשוואה התלויה.

הוכחת החוק נעשית תוך שימוש בחוק שמור המטען בנקודות הצומת: $\nabla J = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$, כאשר J הוא שטף הזרם,

ρ הוא המטען וברור כי ρ הוא קבוע, כלומר $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ בצמתים.

או בניסוח האינטגרלי: $\oint \vec{J} \cdot d\vec{n} = -\frac{d\rho}{dt}$ (נובע ממשוואות מקסוול).



KVL Kirchhoff's Voltage Law: חוק המתחים של קירכהוף

ידוע גם בשם חוק העניבות.

הגדרה: עניבה (חוג) היא כל מסלול סגור במעגל (Loop).

עבור כל מעגל מקובץ, בכל עניבה ובכל זמן הסכום האלגברי של כל מתחי הענפים הוא אפס.

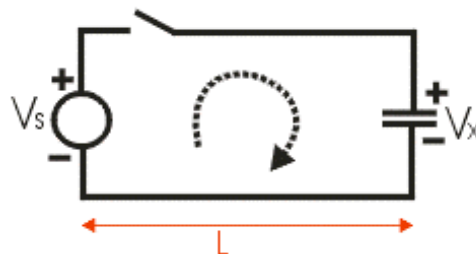
החוק נובע מחוק שימור האנרגיה משום שהשדה החשמלי בתוך המעגל הוא שדה משמר. בדוגמא שלנו: ראשית נקבע את כיוון העניבות באופן שרירותי (ראה שרטוט המעגל). לאחר מכן רושמים משוואה עבור כל עניבה לפי מספרה:

- 1) $V_1 - V_2 = 0$
- 2) $V_2 + V_3 + V_4 = 0$
- 3) $V_5 - V_6 = 0$

ניתן כמובן לקבוע עניבות נוספות אך כל המשוואות הנוספות יהיו תלויות, כלומר ניתן לרשום רק 3 משוואות בלתי תלויות במקרה זה.

כמה נעלמים יש בבעיה זו? 6 זרמים ו-6 מתחים. סה"כ 12 נעלמים. כמה משוואות? מ- KCL קיבלנו 4 משוואות (אבל אחת מהן תלויה!) מ- KVL קיבלנו עוד 3 משוואות ב"ת.

את שאר המשוואות נשיג מהמשוואות האופייניות המקשרות בין המתח לזרם בענף.



תנאי הכרחי לקיום החוקים:
ניקח את המעגל הפשוט הבא:

מיד בסגירת המתג, הקבל עדיין לא מרגיש את המתח ולכן חוק המתחים אינו מתקיים. ננסח זאת מספרית: לפי חוק המתחים:

$$V_x - V_s = 0 \Rightarrow V_x = V_s$$

אבל זה לא נכון בזמן $t = 0+$.

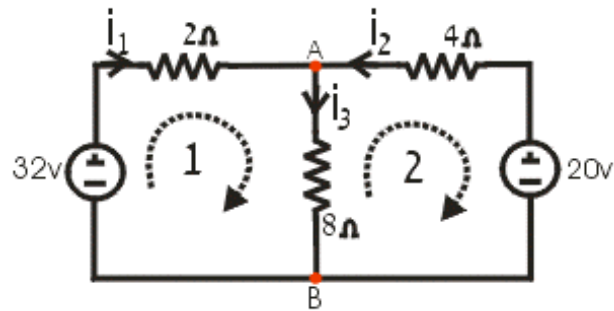
עבור $t \ll \frac{L}{c}$ כאשר c = מהירות האור, כמובן שאין בעיה (הרי מהירות התפשטות המתח ודאי קטנה/שווה

למהירות האור) וחוק המתחים מתקיים. נסמן זמן זה ב: $t = T$.

אם ניקח $L = 3\text{m}$, $\frac{L}{c} = \frac{3}{3 \cdot 10^8} = 10^{-8}\text{sec}$, כלומר מעל 10 nsec ניתן להניח כי מתקיימים חוקי קירכהוף.

נציין שבמתקן אלקטרוני העובד בתדר של 250MHz, זמני המיתוג הינם 4 nsec.

דוגמא לסיכום חוקי קירכהוף:



נתבונן במעגל הבא:

נרצה למצוא את כל הזרמים במעגל.

פתרון:

$$\sum i_a = 0 \Rightarrow i_1 + i_2 - i_3 = 0 \quad \text{KCL}$$

$$\sum i_b = 0 \Rightarrow -i_1 - i_2 + i_3 = 0$$

$$(1) \quad -32 + 2i_1 + 8i_3 = 0 \quad \text{KVL}$$

$$(2) \quad -4i_2 - 8i_3 + 20 = 0$$

$$(1) + (2) \quad -12 + 2i_1 - 4i_2 = 0$$

$$((1)+(2))*2 = (3) \quad -24 + 4i_1 - 8i_2 = 0$$

נציב: $i_3 = i_1 + i_2$ במשוואה (1) ונקבל:

$$(4) \quad -32 + 10i_1 + 8i_2 = 0$$

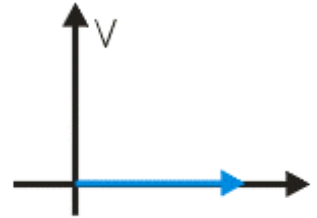
נחבר את (4) + (3) ונקבל:

$$-56 + 14i_1 = 0$$

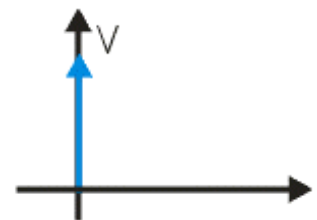
$$\Rightarrow \boxed{i_1 = 4_A \quad i_2 = -1_A \quad i_3 = 3_A}$$

נגדים Resistors

נגד הנו אלמנט המקיים קשר מהצורה $V=V(i)$.
 הקשר הרגעי של המתח והזרם קובעים את המתח בכל רגע ורגע. קשר זה נקרא האופייין של הנגד.
 שני אופיינים נפוצים הם הבאים:



מעגל מקוצר:
 אין עליו מתח וכל הזרם עובר דרכו.



מעגל מנותק:
 כל המתח נופל עליו ולא עובר דרכו זרם.

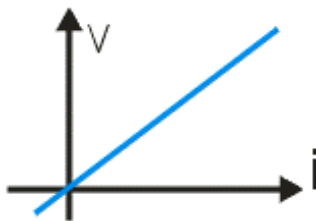
נגד לינארי: זהו נגד שעבורו הפונקציה $V(i)$ לינארית ובלתי משתנה בזמן.
 במקרה זה הקשר נקרא **חוק אוהם** (Ohm Law):

$$V(t) = R \cdot i(t)$$

או באופן שקול: $i(t) = GV(t)$

כאשר: R - התנגדות, G - מוליכות, ומתקיים:

$$G = \frac{1}{R}$$



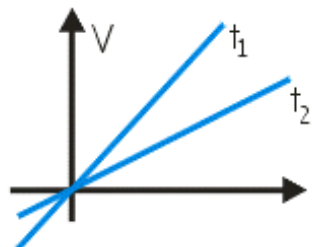
הסימון לנגד לינארי:

ביחידות MKS, התנגדות נמדדת באוהם ומסומנת ב- Ω .

ניתן לדבר גם על נגד לינארי שהתנגדותו תלויה בזמן:

$$V(t) = R(t) \cdot i(t)$$

והאופייין שלו יהיה שונה בזמנים שונים:



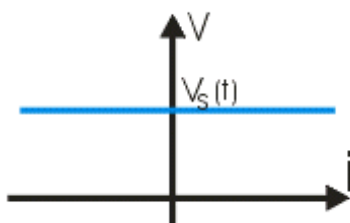
נגד לא לינארי:

נגד שבו הפונקציה $V(i)$ אינה לינארית.

לדוגמה: דיודה - $i = i(v)$. האופייין שלה הוא הבא:

מקורות בלתי תלויים

מקור מתח אידיאלי הינו התקן שהמתח בין הדקיו $V_s(t)$ אינו תלוי בזרם הזורם דרכו. עבור $V_s(t) = V_s$ המקור מכונה מקור מתח קבוע. האופיין של מקור מתח כזה הוא:



סימונו של מקור המתח האידיאלי הוא:

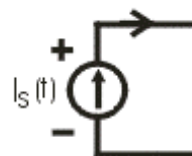


את הזרם מ: - ל: +
המסופק ע"י המקור.

כפי שהוזכר קודם, מוסכם לסמן במקורות כך שהמכפלה $V \cdot I$ תתן את ההספק

מקור זרם אידיאלי הינו התקן שהזרם הזורם דרכו $I_s(t)$ אינו תלוי במתח עליו.

סימונו:



עבור

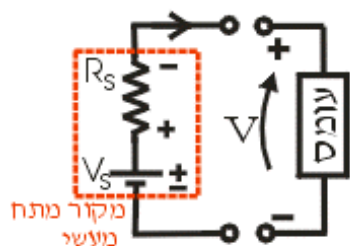
האופיין של מקור זרם כזה הוא:



המקור מכונה מקור זרם קבוע. $I_s(t) = I_s$

מקורות מעשיים

רוב המקורות המעשיים אינם אידיאליים. למזלנו, ניתן למדל את רוב המקורות ע"י מקור אידיאלי ועוד התנגדות פנימית שנסמנה R_s . עבור מקור מתח מעשי:

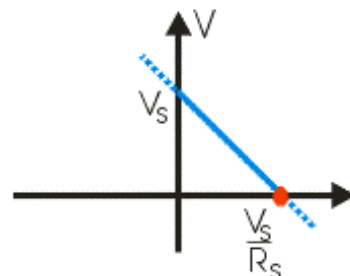


נרשום KVL:

$$V + iR_s - V_s = 0$$

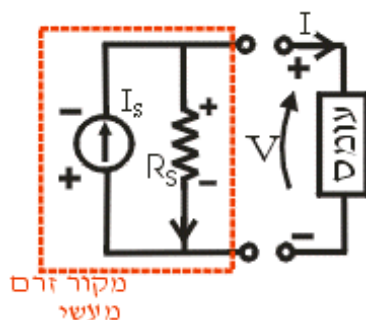
$$\Downarrow$$

$$(1) \quad V = V_s - iR_s$$



מהגרף האחרון ניתן לראות, כי כאשר המתח V או הזרם I הם שליליים (ראה אזור המקווקו בגרף), העומס הוא עומס אקטיבי והוא מספק הספק במעגל.

עבור מקור זרם מעשי:
נרשום KCL:



$$i = I_s - \frac{V}{R_s}$$

$$\Downarrow$$

$$iR_s = I_s R_s - V$$

$$\Downarrow$$

(2)

$$V = I_s R_s - iR_s$$

אנו רואים שמשוואות (1) ו-(2) הן זהות כאשר $V_s = I_s R_s$. לכן אנו מסיקים ששני המעגלים הם אקוויולנטים.

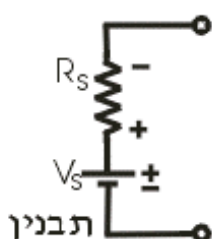
כלומר אם נתון מקור מתח מעשי V_s עם נגד R_s בטור, ניתן לתרגמו למקור זרם $I_s = \frac{V_s}{R_s}$ עם נגד R_s במקביל ולהפך.

להצגה עם מקור המתח קוראים הצגת (אקוויולנט) תבנית (Thevenin).

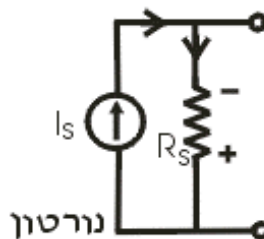
להצגה עם מקור הזרם קוראים הצגת (אקוויולנט) נורטון (Norton).

בפרק 3 נדון בהרחבה בהצגות אילו ושימושן.

נסכם: מקור מעשי יכול להירשם בשתי צורות אקוויולנטיות (בחירת צורת ההצגה תעשה לפי נוחות המשתמש):



תבנית



נורטון

$$I_s = \frac{V_s}{R_s}$$