

מערכים מסדר ראשון ושני

השאלה

(א) מערכת דיפרנציאלית מסדר ראשון e^{-t} את תנאי ההתחלה הבאים:

$$y(t=0^-) = y_0 \quad \dot{y} + \frac{1}{T} y = f(t)$$

כאשר y מתארת נאמרת טאונד (במטרים) ו- y

$$\frac{dy(t)}{dt} + \frac{1}{T} y = f(t) \quad \text{ניתן לסמן זאת גם}$$

על מנת למצוא את הפתרון y כפונקציה של t ושל y עצמו, נניח כי תנאי ההתחלה y

תנאי ההתחלה (מקרים שונים במערכת) $t=0^-$ מתארים את המערכת בזמן $t=0$ כשישנה תנאי

(ב) מערכת דיפרנציאלית מסדר שני e^{-t} את תנאי ההתחלה הבאים:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\alpha \frac{dy(t)}{dt} + \omega_0^2 y(t) = f(t)$$

$$y(0^-) = y_0 \quad \text{עם תנאי ההתחלה}$$

$$\dot{y}(0^-) = \dot{y}_0$$

עצמים נאמרת מתחילים ב- y וזעזועים ב- y

כאשר $f(t)$ הוא הזעזוע (בד"כ מקור מתח או כוח במערכת) ו- $y(t)$ הוא

מ/צ, המערכת (זרם או מתח בלעדי, קול או נאד)

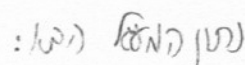
α - מקדם קריסה (המספר של המערכת), יחידות $\left[\frac{1}{\text{sec}}\right]$

ω_0 - תדירות ההתנודה של המערכת, יחידות $\left[\frac{\text{rad}}{\text{sec}}\right]$

מקדם המערכת Q מודד מסדר שני את עוצמת האות (Quality Factor)

$$Q = \frac{\omega_0}{2\alpha}$$

הפתרון של Q



$\mathcal{G}_c(0^-) = \mathcal{G}_0$: משפט התחלה:

$$V_c(0^-) = 0$$

המסע: תלמי מל זכא ונחמ' הקהל כפול של ונח

$$(1) \quad \mathcal{Q}_c(t) = \frac{1}{c_2} \int_{-\infty}^t [-\lambda(t')] \cdot dt'$$

→ כס' מלון, תל אביב, ארץ ישראל, הכיוון הימים בין זרם ונחמה על פני ארץ ישראל

$$(2) \quad \mathcal{Q}_2(t) = \frac{1}{C_2} \int_{-\infty}^t i(t') dt'$$

$$V_{C_2} - V_{C_1} + V_R = 0$$

1) (a) KVL (b) (c)

$$\frac{1}{C_2} \int_{-\infty}^t i(t') \cdot dt' + \frac{1}{C_1} \int_{-\infty}^t i(t') dt' + R \cdot i(t) = 0$$

③ צ'י קי' למת - 175

ד) געבטן מיט הייליגן (דאס) אנהאלטן פארקויפטן היגענטן הייליגן (R)

שלחני בלתי נשכחתי

$$J = \left[\frac{1}{R} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \right]^{-1}$$

חשב! תמיד נשם תחילה את האויר באמתיות ולתוכ

! 378 237

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{T} i = 0$$

להלן

$$J = \frac{RC}{2}$$

$$\Leftarrow C_2 = C_1 = C \quad \text{نہی}$$

למצוא את המשוואה הדיפרנציאלית עבור $i(t)$ בתנאי ההתחלה של $t=0$!

בנקודה של "התחלה" הקשר המתמטי בין $i(t)$ ו- $u(t)$ הוא $t=0^+$
 ולכן $i(0^+)$ הוא ערך $i(t)$ ב- $t=0^+$ (מרגע ש- $t=0$ הוא $t=0^+$)

$$u_{C_2}(0^+) - u_{C_1}(0^+) - u_R(0^+) = 0 \quad \text{KVL}$$

$$u_R(0^+) = R \cdot i(0^+) \quad \text{חוק אוהם}$$

$$i(0^+) = \frac{u_{C_1}(0^+) - u_{C_2}(0^+)}{R} = \frac{u_{C_1}(0^-) - u_{C_2}(0^-)}{R} = \frac{u_0}{R} \quad \Leftarrow$$

כאן רוצים למצוא את $i(0^+)$ הנקראת מונומריה של $i(t)$ ב- $t=0^+$
 במעלה ובחלטה לקרוא בתנאי ההתחלה של הקשר. עכשיו
 אין הבדל בין $i(0^-)$ ו- $i(0^+)$ כי אין קשר ב- $t=0$

$t > 0$ (כשנאלץ לנתח את התנאי ההתחלה ב- $t=0^+$)

כעת נחזיר למשוואה $i(t)$ ונראה

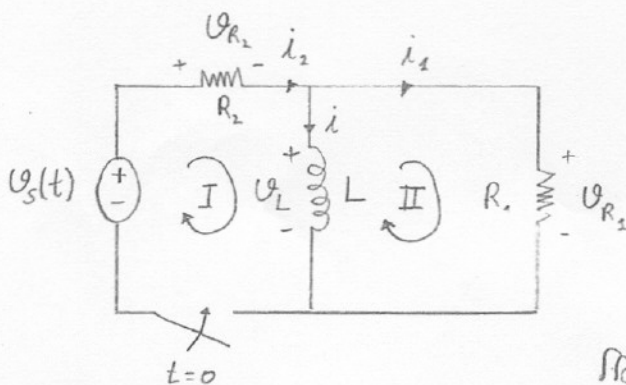
(רק אם יש $i(t)$)

נתון המעלה $i(t)$:

$$L = 1 \text{ H}$$

$$R_1 = 2 \Omega$$

$$R_2 = 2 \Omega$$



$$i(0^-) = 1 \text{ A}$$

תנאי ההתחלה

נתון כי: $u_s(t) = 10 \cdot \sin(2t) \cdot u(t)$ (כאשר $u(t)$ הוא פונקציית היחידה) $t < 0$ $u_s(t) = 0$

$$u_s(t) = 10 \cdot \sin(2t) \quad t > 0$$

נמצא את $i(t)$ (הזרם) ו- $i(0^-)$ (הזרם) ב- $t=0^-$

$$-i_2 + i_1 + i = 0 \quad \text{KCL (בנקודה)}$$

$$i_2 = i + i_1$$

$$-u_s + u_{R_2} + u_L = 0 \quad \text{KVL (במעלה I)}$$

$$u_s = u_{R_2} + u_L$$

$$-u_L + u_{R_1} = 0$$

$$\Rightarrow u_L = u_{R_1}$$

$$\therefore I \text{ חתך}$$

$$II \text{ חתך}$$

$$U_L = L \cdot \frac{di}{dt} \quad , \quad U_{R_2} = R_2 \cdot i_2 \quad : \text{חוק א'}$$

$$U_S = L \cdot \frac{di}{dt} + R_2 \cdot i_2 = \quad : \text{חוק קירכוף II}$$

$$= L \cdot \frac{di}{dt} + R_2(i_1 + i) = L \frac{di}{dt} + R_2 \cdot \frac{U_{R_1}}{R_1} + R_2 \cdot i \quad : \text{חוק קירכוף I וקבלת KCL}$$

$$\uparrow$$

$$i_1 = \frac{U_{R_1}}{R_1}$$

$$= L \cdot \frac{di}{dt} + R_2 i + \frac{R_2}{R_1} \cdot U_L = L \frac{di}{dt} + R_2 i + \frac{R_2}{R_1} \cdot L \cdot \frac{di}{dt} = U_S \quad : \text{חוק קירכוף II}$$

סדר גודל: אנו מחפשים את הפתרון הכללי.

$$i' + \frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2) \cdot L} i = \frac{R_1}{(R_1 + R_2) \cdot L} \cdot U_S(t)$$

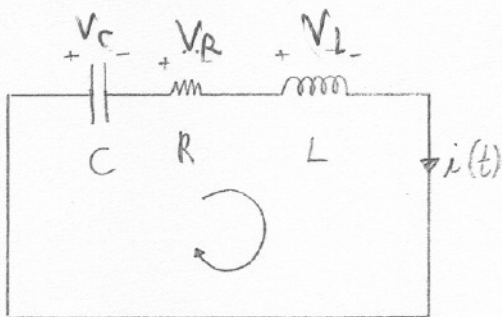
$$i + i = \frac{U_S}{2} = 5 \cdot \sin(2t) \text{ A(t)}$$

חוק קירכוף I:

$$i(0^+) = i(0^-) = 1 \text{ A}$$

תנאי ההתחלה:

אם כן קיימת רציפות של הזרם בעליו כיוון של אינדיקטור חסר התנגדות



(3) נתון מעגל RLC סדר

$Q = \frac{1}{2}$ צוננים סעיף

$C = \frac{1}{3} F$ טווח נתון

$\omega_0 = 12 \frac{rad}{sec}$ ותדירות ההתאמה של המעגל

תנאי ההתחלה: $i(0^-) = i_L(0^-) = 2 [A]$ $u_C(0^-) = (-1) [V]$

נמצא את זרמי, R, L , המקווימים את הדיפרנציאל ואת המשוואה הדיפרנציאלית $i(t)$.

פתרון: נרשם KVL סגור

$$u_C + u_R + u_L = 0$$

$$u_C(0^-) + \frac{1}{C} \int_0^+ i \cdot dt + i \cdot R + L \cdot \frac{di}{dt} = 0$$

צבא ונקב

צבא את תנאי ההתחלה $u_C(0^-)$ ונקב

$$\frac{1}{C} \cdot i + i' \cdot R + L \cdot i'' = 0$$

נחלק בקוטרם של המשוואה כדי ונקב

$$i'' + \frac{R}{L} i' + \frac{1}{LC} i = 0$$

$$2\alpha = \frac{R}{L}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

נחלק את המשוואה בנתון ω_0

$$L = \frac{1}{\omega_0^2 C} = \frac{1}{48} H$$

נכונות $e - \omega_0$ צבא C וצבא L ונחלק בנתון ω_0

$$2\alpha = 2\omega_0$$

$$Q = \frac{\omega_0}{2\alpha} = \frac{1}{2}$$

נתון

$$\alpha = \omega_0 = 12$$

$$R = 2\alpha \cdot L = \frac{1}{2} \Omega$$

אל α וצבא L וצבא

כעת נכתוב המשוואה $i(t)$ ונקב

$$i'' + 24i' + 144i = 0$$